

Технические науки

УДК 539.12.04

ПОЗИТРОННЫЙ ИСТОЧНИК НА БАЗЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ОНДУЛЯТОРА

А.П. Потылицын

Томский политехнический университет
E-mail: pap@interact.phtd.tpu.edu.ru

Проведено сравнение эффективности предложенного позитронного источника на основе кристаллического ондулятора с существующими проектами. Показано, что предложенный нами вариант на основе кристалла алмаза по сравнению с рассматривавшимися ранее выигрывает по дешевизне и надежности.

Позитронный источник для проектируемого линейного коллайдера должен обеспечивать параметры ускоренного позитронного пучка, идентичные электронному (интенсивность $\sim 10^{10}$ частиц/сгусток, длина сгустка — менее 1 мм, поперечные размеры — менее 1 мкм), поэтому требования, которые к нему предъявляются, являются весьма жесткими [1]. В настоящее время разрабатываются два варианта позитронного источника. В первом из них электрон-позитронный каскад генерируется интенсивным электронным пучком с энергией $E_0 < 10$ ГэВ в аморфном металлическом конвертере толщиной 4...6 рад. длин (например, для вольфрама рад. длина X_0 равна 3,6 мм). Для уменьшения тепловых нагрузок в области действия пучка, приводящих к возникновению механических напряжений, конвертор может быть изготовлен в виде вращающегося диска. Однако, и в этом случае интенсивность пучка генерируемых позитронов ограничена возможностью плавления мишени, поскольку в толстом конвертере более половины начальной энергии электронов диссипируется в тепло [1, 2]. Во втором подходе, предложенном в работах [3, 4], толщина конвертера может быть уменьшена до 0,4 рад. длин, что существенно снижает тепловые нагрузки. Выход позитронов определяется интенсивностью фотонного пучка, падающего на конвертор, который, в предлагаемом методе, генерируется пучком электронов с энергией $E_0 > 100$ ГэВ в длинном ондуляторе (~ 100 м). Например, для ондулятора с периодом $d = 1,3$ см (т.е. с числом периодов во всем ондуляторе $N = 7000$) каждый электрон с энергией $E_0 = 250$ ГэВ генерирует ~ 20 фотонов со средней энергией $\langle \omega \rangle \approx 15$ МэВ, что обеспечивает необходимый выход позитронов [4].

Ориентированный монокристалл толщиной $k < 0,1$ рад. длин, через который движется ультраре-

лятивистский электрон, можно рассматривать как своеобразный «твердотельный» ондулятор с предельно малым периодом (в несколько ангстрем) [6–8], что позволяет существенно понизить энергию начального электрона для генерации фотонов с энергией > 10 МэВ, и, следовательно, использовать кристаллический ондулятор вместо традиционного магнитного.

Как известно, в ориентированном кристалле электромагнитное излучение генерируется через 3 механизма:

- тормозное излучение (ТИ);
- когерентное тормозное излучение (КТИ);
- излучение при каналировании (ИК).

Основные характеристики всех трех типов излучения соотносятся следующим образом.

Радиационные потери через механизм ТИ рассчитываются по формуле:

$$\Delta E_{ТИ} \approx \frac{t}{X_0} E_0, \quad t \leq X_0. \quad (1)$$

Средняя энергия фотонов ТИ:

$$\langle \omega_{ТИ} \rangle \approx \frac{\Delta E_{ТИ}}{\langle N_{ТИ} \rangle}, \quad (2)$$

где через $\langle N_{ТИ} \rangle$ обозначается среднее число фотонов ТИ, испущенных одним электроном при прохождении через мишень толщиной t [9]:

$$\langle N_{ТИ} \rangle \approx \frac{t}{X_0} \int_{\gamma \omega_p}^{E_0} \frac{d\omega}{\omega} = \frac{t}{X_0} \ln \frac{mc^2}{\omega_p} \sim 10 \frac{t}{X_0}. \quad (3)$$

Здесь γ — Лоренц-фактор, ω_p — энергия плазмы материала мишени, $\omega_p \approx 30$ эВ для Al и Si.

Из (1–3) можно оценить

$$\langle \omega_{ТИ} \rangle \approx 0,1 E_0. \quad (4)$$

Для ИК средняя энергия испущенных фотонов оценивается как (см. [8]):

$$u = \frac{\langle \omega_{ИК} \rangle}{E_0 - \langle \omega_{ИК} \rangle} \approx \frac{2\gamma^{1/2} \sqrt{\frac{V_0}{mc^2}} \frac{\lambda_e}{a_s}}{1 + \frac{1}{2}\gamma \frac{V_0}{mc^2}}, \quad (5)$$

где V_0 – потенциал кристаллографической оси (или плоскости), a_s – радиус экранирования, $\lambda_e = 3,86 \cdot 10^{-13}$ см – комптоновская длина волны электрона. Для оси $\langle 111 \rangle$ кремния и $E_0 \sim 1$ ГэВ, оценка (5) дает значение $\langle \omega_{ИК} \rangle \sim 15$ МэВ, что много меньше $\langle \omega_{ТИ} \rangle \approx 100$ МэВ для той же мишени.

Аналогичная характеристика для КТИ определяется углом ориентации кристалла θ (угол между кристаллографической осью и импульсом электрона):

$$u = \frac{\langle \omega_{КТИ} \rangle}{E_0 - \langle \omega_{КТИ} \rangle} \sim \frac{\pi\gamma\theta}{a}, \quad (6)$$

где a – межплоскостное расстояние. Как показано в [8], традиционная модель КТИ, используемая для

оценки (6) справедлива, если $\theta \geq \theta_c = \sqrt{\frac{V_0}{\gamma mc^2}}$. Для

осевой ориентации «толстой» монокристаллической мишени грубая оценка эффективного угла ориентации, совпадающего со средним углом многократного рассеяния, дается формулой

$$\theta \sim \langle \theta_{ms} \rangle = \frac{21}{E_0} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{t}{X_0}},$$

где E_0 подставляется в МэВ. Например, для кристалла Si толщиной $t=10$ мм и $E_0 \sim 1$ ГэВ средняя энергия фотонов КТИ

$$\langle \omega_{КТИ} \rangle \sim 0,05 E_0 \approx 50 \text{ МэВ},$$

т.е. $\langle \omega_{ИК} \rangle \ll \langle \omega_{КТИ} \rangle \ll \langle \omega_{ТИ} \rangle$. (7)

Радиационные потери в кристалле складываются из двух частей

$$\Delta E = \Delta E_{ТИ} + \Delta E_{КР},$$

где первый член описывает излучение с непрерывным спектром (близком к спектру ТИ), тогда как второй – определяется периодической структурой кристалла. Соотношение между этими двумя вкладами измерялось в эксперименте [10] для энергии $E_0=900$ МэВ (см. таблицу).

Таблица. Соотношение между радиационными потерями в ориентированных и разориентированных кристаллах с различными Z

	Алмаз $\langle 100 \rangle$ $t=10$ мм	Кремний $\langle 111 \rangle$ $t=10$ мм	Вольфрам $\langle 110 \rangle$ $t=1,2$ мм
$\frac{\Delta E_{КР}}{\Delta E_{ТИ}}$	$\sim 2,5$	$\sim 1,8$	$\sim 1,5$

Из выражения (7) можно получить:

$$\langle N_{КР} \rangle \approx \frac{\Delta E_{КР}}{\langle \omega_{КР} \rangle} \gg \langle N_{ТИ} \rangle, \quad (8)$$

поскольку $\Delta E_{КР} \gg \Delta E_{ТИ}$, $\langle \omega_{КР} \rangle \gg \langle \omega_{ТИ} \rangle$ (см. формулу (4)).

Определение среднего числа фотонов $\langle N_{КР} \rangle$, испущенных одним электроном при прохождении через кристалл определенной толщины (так называемая множественность фотонов), представляет собой сложную экспериментальную задачу. Как правило, в эксперименте измеряется спектр радиационных потерь $\omega dN/d\omega$ либо спектрометром полного поглощения, который регистрирует суммарную энергию всех γ -квантов, испущенных одним электроном, либо магнитным анализатором, измеряющим спектр рассеянных электронов.

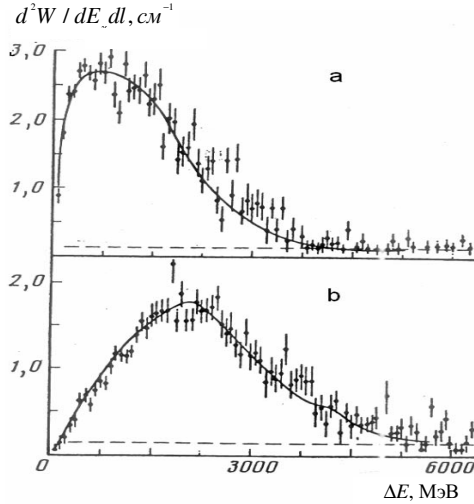


Рис. 1. Спектры радиационных потерь каналированных электронов с энергией 1 ГэВ в кристаллах кремния толщиной: а) 0,8 мм и б) 3,0 мм. Сплошная кривая – результаты моделирования [11]

В эксперименте [11] измерялся спектр радиационных потерь электронов с $E_0=10$ ГэВ при осевой ориентации $\langle 111 \rangle$ кремния толщиной $t=0,8$ и 3,0 мм, рис. 1. После Монте-Карло моделирования авторы получили следующую множественность $\langle N \rangle = \langle N_{ТИ} \rangle + \langle N_{КР} \rangle = 1,8$ ф/е⁻ (фотон/электрон) для $t=0,8$ мм и $\langle N \rangle = 5,4$ ф/е⁻ для $t=3$ мм. Моделирование проводилось для пороговой энергии каждого фотона $\omega_{пор}=20$ МэВ. Следует отметить, что множественность фотонов ТИ существенно ниже полученных значений, поскольку для кремния $X_0=95$ мм и из соотношения (3) следует:

$$\langle N_{ТИ}(0,8) \rangle = 0,09 \text{ ф/е}^-,$$

$$\langle N_{ТИ}(3,0) \rangle = 0,32 \text{ ф/е}^-.$$

В статье [12] был предложен феноменологический подход к определению множественности из экспериментально измеряемого спектра потерь $F(\Delta E)$ для случая $\langle N \rangle \gg 1$. Если через $\langle Q \rangle$ обозначить первый момент распределения $F(\Delta E)$, а через σ^2 – второй, то множественность вычисляется по простой формуле:

$$\langle N \rangle \approx \frac{\langle Q \rangle^2}{\sigma^2}. \quad (9)$$

Средняя энергия фотона определяется полными радиационными потерями, т.е. интегралом по спектру потерь) и множественностью:

$$\langle \omega \rangle = \Delta E / \langle N \rangle.$$

Подогнав экспериментальные спектры гладкой кривой для кристалла с $t=0,3$ см (рис. 1, б) можно получить:

$$\langle Q \rangle = 2,3 \text{ ГэВ}; \sigma = 1,1 \text{ ГэВ}; \Delta E \approx 0,8 \text{ ГэВ}.$$

Отсюда имеем:

$$\langle N \rangle \approx 4 \text{ ф/е}^-, \langle \omega_{кр} \rangle \approx 0,2 \text{ ГэВ},$$

что удовлетворительно согласуется с результатами моделирования.

Следует отметить, что теория излучения при каналировании, развитая в [8], для рассматриваемого случая дает значение множественности существенно выше (см. рис. 17.3 в цитируемой монографии):

$$\langle N_{теор} \rangle = 24 \text{ ф/е}^-.$$

По-видимому, эта оценка включает в себя значительное число «мягких» фотонов (с энергией меньше порога образования e^+e^- -пары).

Используя ту же методику [12], оценим множественность фотонов, генерируемых пучком электронов с энергией 4,5 ГэВ в кристалле алмаза толщиной 10 мм по результатам эксперимента [13], рис. 2.

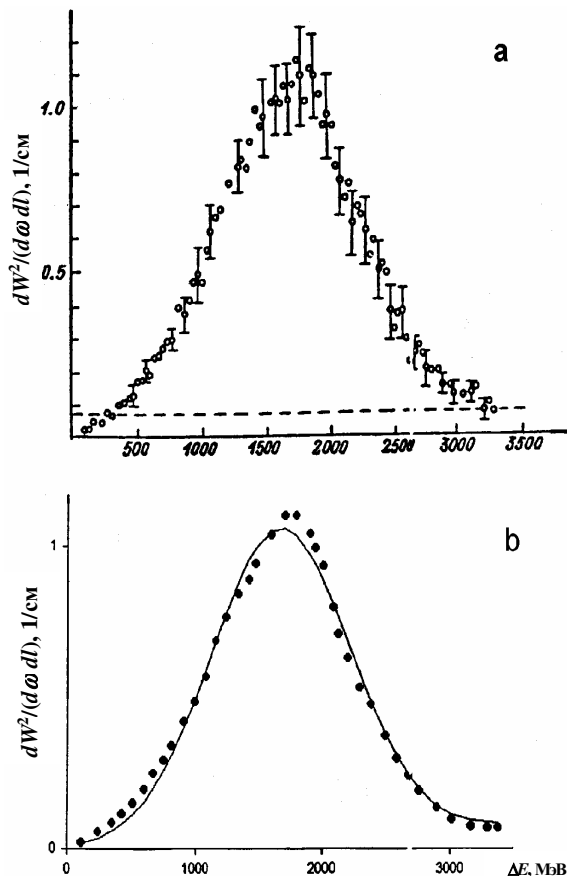


Рис. 2. а) Спектр радиационных потерь каналированных электронов с $E_0=4,5$ ГэВ в кристалле алмаза толщиной 10 мм; б) подгонка экспериментальных данных

На рис. 2 показана подгонка экспериментального распределения гауссианом, которая дает следующие параметры:

$$\langle Q \rangle = 1600 \text{ МэВ}; \sigma = 540 \text{ МэВ}; \Delta E \approx 1300 \text{ МэВ},$$

откуда следует:

$$\langle N_{кр} \rangle \approx 10 \text{ ф/е}^-,$$

$$\langle \omega_{кр} \rangle \approx 130 \text{ МэВ}.$$

Эта оценка позволяет предположить, что использование алмазной мишени толщиной 20 мм на электронном пучке с энергией 10 ГэВ, обеспечит множественность фотонов $\langle N \rangle = 14 \text{ ф/е}^-$ со средней энергией $\langle \omega \rangle = 180 \text{ МэВ}$.

Выход и спектр позитронов, генерируемых электронами с энергией E_0 в достаточно тонкой аморфной мишени ($t \leq 1$ рад. дл.) можно рассчитать на основе простой аналитической модели [15]. В пренебрежении ионизационными и радиационными потерями спектр позитронов записывается в виде:

$$\frac{dN_+}{d\varepsilon_+} = 0,07 \left(\frac{t}{X_0} \right)^2 \times \left[\frac{\ln \left(\frac{\varepsilon_+}{mc^2} \right) - 0,19}{\varepsilon_+} - \frac{\ln \left(\frac{E_0}{mc^2} \right) - 0,19}{E_0} \right], \quad (10)$$

где ε_+ — энергия позитронов. Эта формула справедлива для умеренных энергий начального электрона

$$E_0 < 222 mc^2 / Z^{1/3}.$$

Для ультрарелятивистских энергий начального электрона и образовавшегося позитрона следует использовать другую формулу:

$$\frac{dN_+}{d\varepsilon_+} = 0,07 \left(\frac{t}{X_0} \right)^2 \left[\ln \left(\frac{1}{\lambda} \right) - 0,5 \right] \left[\frac{1}{\varepsilon_+} - \frac{1}{E_0} \right], 1/\text{МэВ}, \quad (11)$$

где $\lambda = Z^{1/3}/111$.

Точность модели [15] можно оценить, сравнивая расчетные спектры с результатами моделирования, рис. 3.

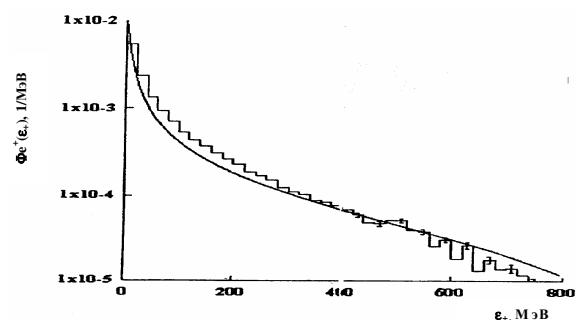


Рис. 3. Сравнение позитронных спектров, полученных Монте-Карло моделированием (гистограмма) и по формуле (11) $E_0=1$ ГэВ, $t=0,5X_0$

Подобная модель может быть использована, если позитроны в конверторе генерируются фотонным пучком. Для упрощения модели будем аппроксимировать фотонный спектр выражением:

$$\frac{dN_\phi}{\omega} = \begin{cases} \frac{N_\phi}{\omega_{\max}}, & \omega \leq \omega_{\max} \\ 0, & \omega > \omega_{\max} \end{cases}, \quad (12)$$

где через N_ϕ обозначена множественность, $\omega_{\max}=2\langle\omega\rangle$.

В этом случае радиационные потери совпадают с оценкой (8):

$$\Delta E = \int_0^{\omega_{\max}} \omega \frac{dN_\phi}{d\omega} d\omega = N_\phi \frac{\omega_{\max}}{2} = N_\phi \langle\omega\rangle. \quad (13)$$

Спектр позитронов, генерируемых фотонами с энергией ω , выражается формулой

$$\frac{dN_+(\omega)}{d\varepsilon_+} = \begin{cases} 0,14 \frac{t}{L_{rad}} \frac{\ln\left(\frac{\omega}{mc^2}\right) - 1,19}{\omega}, & \omega < \frac{2}{\lambda} mc^2 \\ 0,14 \frac{t}{L_{rad}} \frac{\ln \frac{1}{\lambda} - 0,5}{\omega}, & \omega > \frac{2}{\lambda} mc^2 \end{cases}. \quad (14)$$

После свертки с фотонным спектром (14) имеем:

$$\frac{dN_+}{d\varepsilon_+} = 0,14 \frac{t}{X_0} \frac{N_\phi}{\omega_{\max}} \ln\left(\frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_+}\right) \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{E_+ \omega_{\max}}{m^2 c^4}\right) - 1,2 \right]. \quad (15)$$

Вычисления автора статьи [3] для спектра ондуляторного излучения с $\omega_{\max}=21$ МэВ, $N_\phi=2$ ф/е⁻ дает результат $dN_+/d\varepsilon_+=0,020$ для $\varepsilon_+=10$ МэВ и $t=1$ рад. дл. Используя (15) получаем достаточно близкий результат: $dN_+/d\varepsilon_+=0,021$.

На рис. 4 показан позитронный спектр после аморфного конвертора толщиной 1 рад. дл., генерируемый фотонным пучком после алмазной мишени толщиной 20 мм электронами с энергией 10 ГэВ. Здесь же показан спектр позитронов, генерируемых в конверторе электронами, прошедшими алмазную мишень и потерявшими энергию $\Delta E \approx 5$ ГэВ. Выход позитронов в интервале энергий $5 \text{ МэВ} \leq \varepsilon_+ \leq 25 \text{ МэВ}$ достигает значения $\Delta N_+=2$ на каждый электрон, причем 85 % всех позитронов в этом интервале генерируется фотонами и только 15 % – электронами.

Предложенная схема позитронного источника на основе линейного ускорителя с энергией ~ 10 ГэВ и кристаллического алмазного «ондулятора» устраняет все тепловые проблемы, поскольку алмаз обла-

дает высокой теплопроводностью (660 Вт/(м·К) по сравнению с теплопроводностью вольфрама 170 Вт/(м·К)), самой высокой дебаевской температурой (1860 К) и высокой радиационной стойкостью. Проблема выращивания синтетических монокристаллов алмаза массой до 6 карат (т.е. с линейными размерами до $3 \times 3 \times 10$ мм) в настоящее время решена [16]. Представляется, что в ближайшем будущем выращивание алмаза длиной до 20 мм также будет возможно.

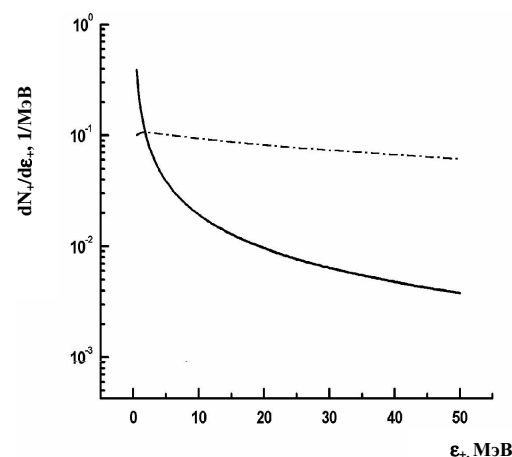


Рис. 4. Спектр позитронов, образованных фотонным пучком в алмазной мишени $E_0=10$ ГэВ, $t=20$ мм) – штрих-пунктир и электронами, прошедшими через алмазную мишень и потерявшими энергию $E_0=5$ ГэВ – сплошная кривая

В недавнем эксперименте [17], проведенном с использованием электронов с энергией 8 ГэВ и кристалла алмаза толщиной 4,5 мм, было подтверждено, что кристалл алмаза является лучшим «фотонным генератором» по сравнению с кристаллами кремния и вольфрама.

Таким образом, кристаллический ондулятор для создания позитронного источника будет гораздо более дешевым и надежным вариантом по сравнению с существующими проектами [2–4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. GLC Project. Linear collider for TeV Physics. Report on the KEK. – Tsukuba, Japan, 2003. – 60 p.
2. Rinolfi L., Kamitani T. The positron production at CLIC. CLIC Note 465, CERN, 2002.
3. Flottmann K. Investigations toward the development of polarized and unpolarized high intensity positron sources for linear colliders. Preprint DESY 93-161, 1993. – 95 p.
4. Flottmann K. Positron source for TESLA and SBLC // In Proceedings of the Workshop on new kinds of positron sources for linear colliders. – Stanford, SLAC-R-502, 1997. – P. 99–124.
5. Yoshida K., Amosov K.Yu., Kalinin B.N. et al. Positron production in tungsten crystal by 1.2 GeV channeling electron // Phys. Rev. Letters. – 1998. – V. 70. – № 7. – P. 1437–1440.
6. Bocek G.L., Kulibaba V.I., Maslov N.I. et al. // Nucl. Instrum. and Methods B. – 1998. – V. 145. – P. 146–152.
7. Anami S., Andreyashkin M.Yu., Enomoto A. et al. Experimental study of positron production from crystal targets by 0.6–1.0 GeV electrons // Nucl. Instrum. and Methods B. – 2001. – V. 183. – № 3–4. – P. 459–475.
8. Baier V.N., Katkov V.M., Strakhovenko V.M. Electromagnetic Processes at High Energies in Oriented Single Crystals. – Singapore: World Scientific, 1998. – 554 p.
9. Амосов К.Ю., Внуков И.Е., Калинин Б.Н., Науменко Г.А., Потылицын А.П., Сарычев В.П. Яркость излучения, выход фотонов и радиационные потери ультрарелятивистских электронов в ориентированных кристаллах большой толщины // Известия вузов. Физика. – 1991. – № 6. – С. 8–20.
10. Внуков И.Е., Калинин Б.Н., Науменко Г.А., Потылицын А.П., Стибунов В.Н. Множественность фотонов в излучении при каналировании // Известия вузов. Физика. – 1991. – № 6. – С. 88–105.
11. Булгаков Н.К., Водопьянов А.С., Войтковская И. и др. Исследование особенностей прохождения релятивистских электронов через толстые монокристаллы под малым углом к направлению кристаллографической оси $\langle 111 \rangle$. – Дубна, 1984. – 4 с. Препринт / ОИЯИ I-84-639.

12. Kolchuzhkin A., Potylitsyn A. Multiphoton processes in radiation of relativistic electrons in oriented crystals // Nucl. Instrum. and Methods B. – 2001. – V. 173. – № 1–2. – P. 126–131.
13. Аганьянц А.О., Вартаков Ю.А., Вартапетян Г.А. Поведение жесткой части гамма-излучения электронов с энергией 4.4 ГэВ в ориентированном кристалле алмаза // Письма в ЖЭТФ. – 1985. – Т. 42. – № 8. – С. 325–327.
14. Potylitsyn A.P. Comparison of undulator-based and crystal-based positron sources. – KEK Proceedings. – 2002. – № 26. – P. 34–41.
15. Potylitsyn A.P. Nucl. Production of polarized positrons through interaction of longitudinally polarized electrons with thin targets // Nucl. Instrum. and Methods A. – 1997. – V. 398. – P. 395–398.
16. Борзов А.В. и др. Выращивание синтетических кристаллов алмаза в камерах высокого давления // Доклады РАН. – 2000. – Т. 374. – № 1. – С. 91–98.
17. Satoh M., Suwada T., Furukawa K. et al. Experimental study of positron production from silicon and diamond crystals by 8-GeV channeling electrons // Nucl. Instrum. and Methods B. – 2005. – V. 227. – P. 3–10.

УДК 539.21

ТУШЕНИЕ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ КРИСТАЛЛОФОСФОРОВ АТОМАРНЫМ КИСЛОРОДОМ. Ч. 2. МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА ТУШЕНИЯ

Ю.И. Тюрин, С.Х. Шигалугов*, Н.Д. Толмачева

Томский политехнический университет

E-mail: tyurin@fnsn.tpu.edu.ru

*Норильский индустриальный институт

E-mail: effi@norcom.ru

Рассмотрены кинетические механизмы диффузионных процессов тушения фотолюминесценции кристаллофосфоров в атмосфере атомарного кислорода и процессы восстановления интенсивности фотолюминесценции при прогреве люминофоров в вакууме и иных восстановительных атмосферах. Определены параметры диффузии кислорода и водорода в кристаллических решетках с дефицитом кислорода.

Введение

В первой части статьи [1] обсуждались экспериментальные результаты по тушению фотолюминесценции кристаллофосфоров с дефицитом решеточного кислорода. Процесс тушения люминесценции был связан с процессами интеркомбинационной конверсии в примесных центрах свечения твердых тел, катализируемых диффузионно проникающим в решетку атомарным кислородом. Важной особенностью процессов тушения является их селективность к атомарному кислороду и возможность долговременной «записи» информации о неравновесных кислородосодержащих атмосферах в параметрах тушения фотолюминесценции кристаллофосфоров.

Используя полученные спектрально-кинетические результаты, рассмотрим диффузионную модель процессов тушения фотолюминесценции и определим параметры диффузионных процессов на основе люминесцентных характеристик кристаллофосфоров. Представляет также интерес промоделировать процессы восстановления интенсивности фотолюминесценции при отжиге «потушенных» кислородом люминофоров в вакууме и иных атмосферах, в том числе обладающими восстанавливающими свойствами.

1. Модель механизма тушения

Рассмотрим механизм тушения на основе диффузионной модели. В случае широкозонного об-

разца (для Y_2O_3 , $E_g=5,6$ эВ [2]) оптическое излучение примесных центров поглощается самим фосфором слабо, поэтому уменьшение — dI интенсивности ФЛ слоем толщиной dx равно:

$$-dI = \frac{I_0}{l \left(1 + \frac{\Gamma}{\Gamma^*} \cdot \frac{C(x,t)}{C} \right)} dx,$$

где I_0 — интенсивность люминесценции образца толщиной l в отсутствие атомов О; $C(x,t)$, C — концентрации атомов О на глубине x в моменты t и $t \rightarrow \infty$ (стационарная); Γ , Γ^* — скорости безызлучательной и излучательной релаксации центров свечения.

В простейшем приближении, разбив образец по глубине l на две области: первую, толщиной $l_D = \sqrt{D\tau}$, $C(l_D, t) = C(0, t)$, (τ — среднее время диффузионного скачка, D — коэффициент диффузии) и вторую $l - l_D$, $C(l - l_D, t) = 0$, будем иметь

$$I(t) = - \frac{I_0}{1 + \frac{\Gamma}{\Gamma^*} \cdot \frac{C(0,t)}{C}} \cdot \frac{l_D}{l} + I_0 \frac{l - l_D}{l}.$$

При этом распределение кислорода по глубине определяется уравнением диффузии

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2}$$

со следующими граничными и начальными условиями